

EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC SERIES ASSIGNMENT

1. $\frac{1^2}{2!} + \frac{2^2}{3!} + \frac{3^2}{4!} + \dots \infty =$
 (a) e (b) $e - 1$ (c) $e + 1$ (d) e^2
2. The sum of the series $1 + \frac{3}{2!} + \frac{7}{3!} + \frac{15}{4!} + \dots \infty$ is
 (a) $e(e + 1)$ (b) $e(1 - e)$ (c) $e(e - 1)$ (d) $3e$
3. $\left(1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \dots\right) \left(1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots\right) =$
 (a) e^4 (b) $\frac{e^2 - 1}{e^2}$ (c) $\frac{e^4 - 1}{4e^2}$ (d) $\frac{e^4 + 1}{4e^2}$
4. $\frac{\frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{6!} + \dots \infty}{1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{7!} + \dots \infty} =$
 (a) $\frac{e + 1}{e - 1}$ (b) $\frac{e - 1}{e + 1}$ (c) $\frac{e^2 + 1}{e^2 - 1}$ (d) $\frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}$
5. $\frac{1 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^4}{3!} + \frac{2^6}{4!} + \dots \infty}{1 + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{2^2}{4!} + \dots \infty} =$
 (a) e^2 (b) $e^2 - 1$ (c) $e^{3/2}$ (d) None of these
6. $1 + \frac{2^4}{2!} + \frac{3^4}{3!} + \frac{4^4}{4!} + \dots \infty =$
 (a) $5e$ (b) e (c) $15e$ (d) $2e$
7. $(1 + 3)\log_e 3 + \frac{1 + 3^2}{2!}(\log_e 3)^2 + \frac{1 + 3^3}{3!}(\log_e 3)^3 + \dots \infty =$
 (a) 28 (b) 30 (c) 25 (d) 0
8. $\frac{1}{1!} + \frac{1 + 2}{2!} + \frac{1 + 2 + 2^2}{3!} + \dots \infty =$
 (a) e^2 (b) $e^2 - 1$ (c) $e^2 - e$ (d) $e^3 - e^2$
9. The sum of the series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 - n + 1}{n!}$ is
 (a) e (b) $\frac{3}{2}e$ (c) $2e$ (d) $3e$
10. $\frac{1^2 \cdot 2}{1!} + \frac{2^2 \cdot 3}{2!} + \frac{3^2 \cdot 4}{3!} + \dots \infty =$
 (a) $6e$ (b) $7e$ (c) $8e$ (d) $9e$
11. The value of \sqrt{e} will be
 (a) 1.648 (b) 1.547 (c) 1.447 (d) 1.348
12. The sum of the infinite series $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \frac{4}{5!} + \dots$ is
 (a) $e - 2$ (b) $\frac{2}{3}e - 1$ (c) 1 (d) $3/2$
13. The sum of $\frac{2}{1!} + \frac{6}{2!} + \frac{12}{3!} + \frac{20}{4!} + \dots$ is
 (a) $\frac{3e}{2}$ (b) e (c) $2e$ (d) $3e$
14. $1 + \frac{(\log_e n)^2}{2!} + \frac{(\log_e n)^4}{4!} + \dots =$
 (a) n (b) $1/n$ (c) $\frac{1}{2}(n + n^{-1})$ (d) $\frac{1}{2}(e^n + e^{-n})$
15. The sum of the series

GRAVITY CLASSES

$$\frac{1^2}{1.2!} + \frac{1^2+2^2}{2.3!} + \frac{1^2+2^2+3^2}{3.4!} + \dots + \frac{1^2+2^2+\dots+n^2}{n.(n+1)!} + \dots \infty \text{ equals}$$

- (a) e^2 (b) $\frac{1}{2}(e+e^{-1})^2$ (c) $\frac{3e-1}{6}$ (d) $\frac{4e+1}{6}$

16. The value of $(a+b)(a-b) + \frac{1}{2!}(a+b)(a-b)(a^2+b^2) + \frac{1}{3!}(a+b)(a-b)(a^4+a^2b^2+b^4) + \dots$ is

- (a) $e^{a^2} - e^{b^2}$ (b) $e^{a^2} + e^{b^2}$ (c) $e^{a^2-b^2}$ (d) None of these

17. Sum of the series $C = 1 + \frac{\cos x}{1!} + \frac{\cos 2x}{2!} + \frac{\cos 3x}{3!} + \dots$ and $S = \frac{\sin x}{1!} + \frac{\sin 2x}{2!} + \frac{\sin 3x}{3!} + \dots$ is equal to

- (a) $\exp(ix)$ (b) $\exp[\cos(\sin x) + i \sin(\sin x)]$ (c) $\exp[\exp(ix)]$ (d) $\exp(\cos x)[\exp(ix)]$

18. The sum of the series

$$\frac{4}{1!} + \frac{11}{2!} + \frac{22}{3!} + \frac{37}{4!} + \frac{56}{5!} + \dots \text{ is}$$

- (a) $6e$ (b) $6e-1$ (c) $5e$ (d) $5e+1$

19. The sum of the series

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1.3}{1.2.3.4} + \frac{1.3.5}{1.2.3.4.5.6} + \dots \infty \text{ is}$$

- (a) $15e$ (b) $e^{1/2} + e$ (c) $e^{1/2} - 1$ (d) $e^{1/2} - e$

20. $\frac{9}{1!} + \frac{16}{2!} + \frac{27}{3!} + \frac{42}{4!} + \dots =$

- (a) $5e$ (b) $7e$ (c) $9e$ (d) $11e-6$

21. If S_n denotes the sum of the products of the first n natural numbers taken two at a time, then $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{S_n}{(n+1)!} =$

- (a) $\frac{11e}{24}$ (b) $\frac{11e}{12}$ (c) $\frac{13e}{24}$ (d) None of these

22. The sum of the series $1 + \frac{1^2+2^2}{2!} + \frac{1^2+2^2+3^2}{3!} + \frac{1^2+2^2+3^2+4^2}{4!} + \dots$ is

- (a) $3e$ (b) $\frac{17}{6}e$ (c) $\frac{13}{6}e$ (d) $\frac{19}{6}e$

23. The sum of the series $\frac{9}{1!} + \frac{19}{2!} + \frac{35}{3!} + \frac{57}{4!} + \frac{85}{5!} + \dots$ is

- (a) $12e-7$ (b) $12e-5$ (c) $12e-11$ (d) None of these

24. The sum of the series $\frac{1^2.2^2}{1!} + \frac{2^2.3^2}{2!} + \frac{3^2.4^2}{3!} + \dots$ is

- (a) $27e$ (b) $24e$ (c) $28e$ (d) None of these

25. If $a = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{(3n)!}$, $b = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n-2}}{(3n-2)!}$ and $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n-1}}{(3n-1)!}$, then the value of $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ is

- (a) 1 (b) 0 (c) -1 (d) -2

26. $\frac{x-1}{(x+1)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3-1}{(x+1)^3} + \dots \infty =$

- (a) $\log_e x$ (b) $\log_e(1+x)$ (c) $\log_e(1-x)$ (d) $\log_e \frac{x}{1+x}$

27. $\frac{5}{1.2.3} + \frac{7}{3.4.5} + \frac{9}{5.6.7} + \dots$ is equal to

- (a) $\log \frac{8}{e}$ (b) $\log \frac{e}{8}$ (c) $\log 8e$ (d) None of these

28. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{3(x+1)^3} + \dots \infty =$

- (a) $\log_e \left(1 + \frac{1}{x}\right)$ (b) $\log_e \left(1 - \frac{1}{x}\right)$ (c) $\log_e \left(\frac{x}{x+1}\right)$ (d) None of these

29. $\frac{(a-1) - \frac{(a-1)^2}{2} + \frac{(a-1)^3}{3} - \dots \infty}{(b-1) - \frac{(b-1)^2}{2} + \frac{(b-1)^3}{3} - \dots \infty} =$

- (a) $\log_b a$ (b) $\log_a b$ (c) $\log_e a - \log_e b$ (d) $\log_e a + \log_e b$

GRAVITY CLASSES

30. $1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3} + \dots \infty =$
- (a) $\log_e(2\sqrt{3})$ (b) $2\log_e 2$ (c) $\log_e 2$ (d) $\log_e\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$
31. $1 + \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{3.4.5} + \frac{2}{5.6.7} + \dots \infty =$
- (a) $\log_e 2$ (b) $\log_e \sqrt{2}$ (c) $\log_e 4$ (d) None of these
32. $\frac{4}{1.3} - \frac{6}{2.4} + \frac{12}{5.7} - \frac{14}{6.8} + \dots \infty =$
- (a) $\log_e 3$ (b) $\log_e 2$ (c) $2\log_e 2$ (d) None of these
33. $\frac{m-n}{m+n} + \frac{1}{3}\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^5 + \dots \infty =$
- (a) $\log_e\left(\frac{m}{n}\right)$ (b) $\log_e\left(\frac{n}{m}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{m-n}{m+n}\right)$ (d) $\frac{1}{2}\log_e\left(\frac{m}{n}\right)$
34. If $n = (1999)!$, then $\sum_{x=1}^{1999} \log_n x$ is equal to
- (a) 1 (b) 0 (c) $\sqrt[1999]{1999}$ (d) -1
35. If $\log(1-x+x^2) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$, then $a_3 + a_6 + a_9 + \dots$ is equal to
- (a) $\log 2$ (b) $\frac{2}{3}\log 2$ (c) $\frac{1}{3}\log 2$ (d) $2\log 2$
36. The sum of $1 + \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{3.4.5} + \frac{2}{5.6.7} + \dots$ is
- (a) $2\log_e 2$ (b) $\log_e 2$ (c) $3\log_e 3$ (d) $3\log_e 2$
37. The sum of the series $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^3 + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^4 + \dots$ is
- (a) $1/4 + \log(4/5)$ (b) $1/3 + \log(2/3)$ (c) $1/2 + \log(3/2)$ (d) None of these
38. The sum of the series $\frac{x}{1+x^2} + \frac{1}{3}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^5 + \dots$ is
- (a) $\frac{1}{2}\log(1+x+x^2)$ (b) $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x^2+x}{1+x^2-x}\right)$ (c) $\log(1-x+x^2)$ (d) None of these
39. $\log_a x$ is defined for ($a > 0$)
- (a) All real x (b) All negative (-) real $x \neq 1$
 (c) All positive (+) real $x \neq 0$ (d) $a \geq e$
40. If $7^{\log_7(x^2-4x+5)} = x-1$, then x can have the values
- (a) (2, 3) (b) 7 (c) (-2, -3) (d) (2, -3)
41. $\log_e(1+x) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{i+1} x^i}{i} \right]$ is defined for
- (a) $x \in (-1, 1)$ (b) Any positive (+) real x
 (c) $x \in (-1, 1]$ (d) Any positive (+) real $x(x \neq 1)$
42. If $2^x \cdot 3^{x+4} = 7^x$, then $x =$
- (a) $\frac{4\log_e 3}{\log_e 7 - \log_e 6}$ (b) $\frac{4\log_e 3}{\log_e 6 - \log_e 7}$ (c) $\frac{2\log_e 4}{\log_e 7 + \log_e 6}$ (d) $\frac{2\log_e 4}{\log_e 7 + \log_e 6}$
43. If $x = 1 + \log_a(bc)$, $y = 1 + \log_b(ca)$ and $z = 1 + \log_c(ab)$, then $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} =$
- (a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) xyz
44. The value of x obtained from equation $(4)^{\log_9 3} + (9)^{\log_2 4} = (10)^{\log_x 83}$ will be
- (a) 10 (b) 100 (c) 5 (d) 2
45. In the expansion of $2\log_e x - \log_e(x+1) - \log_e(x-1)$, the coefficient of x^{-4} is
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) -1 (c) 1 (d) None of these

GRAVITY CLASSES

46. If $|x| < 1$, then the coefficient of x^5 in the expansion of $(1-x) \cdot \log_e(1-x)$ is
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{20}$ (d) $\frac{1}{10}$
47. In the expansion of $\log_e \frac{1}{1-x-x^2+x^3}$, the coefficient of x is
- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 1/2
48. If n is not a multiple of 3, then the coefficient of x^n in the expansion of $\log_e(1+x+x^2)$ is
- (a) $\frac{1}{n}$ (b) $\frac{2}{n}$ (c) $-\frac{1}{n}$ (d) $-\frac{2}{n}$
49. If n is a multiple of 3, then the coefficient of x^n in the expansion of $\log_e(1+x+x^2)$ is
- (a) $\frac{1}{n}$ (b) $\frac{2}{n}$ (c) $-\frac{1}{n}$ (d) $-\frac{2}{n}$
50. If $y = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots$, then $x =$
- (a) $\log_e(1-y)$ (b) $\frac{1}{\log_e(1-y)}$ (c) $\log_e \frac{1}{(1-y)}$ (d) $\log_e(1+y)$